Лабораторная работа №2. Простейшие задачи аналитической геометрии. Аналитическая геометрия в пространстве

1. Установить, что плоскость http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_001.gif пересекает эллипсоид http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_002.gif по эллипсу; найти его полуоси и вершины.
2. Установить, что плоскость http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_003.gif пересекает однополостный гиперболоид http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_004.gif по гиперболе; найти ее полуоси и вершины.
3. Установить, что плоскость http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_005.gif пересекает гиперболический параболоид http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_006.gif по параболе; найти ее параметр и вершину.
4. Найти уравнения проекций сечения эллиптического параболоида http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_007.gif плоскостью http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_008.gif на координатные плоскости.
5. Установить, какая линия является сечением эллипсоида http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_009.gif плоскостью http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_010.gif, и найти ее центр.
6. Установить, какая линия является сечением гиперболического параболоида http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_011.gif плоскостью http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_012.gif, и найти ее центр.
7. Установить, какие линии определяются следующими уравнениями. Найти центр каждой из них.http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_013.gif,http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_014.gif; http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_015.gif,http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_016.gif; http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_017.gif,http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_018.gif.
8. Установить, при каких значения m и n плоскость http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_019.gif пересекает двуполостный гиперболоид http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_020.gif: а). По эллипсу; б). По гиперболе.
9. Установить, при каких значениях m плоскость http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_021.gif пересекает эллиптический параболоид http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_022.gif: а). По эллипсу; б). По параболе.
10. Доказать, что эллиптический параболоид http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_023.gif имеет одну общую точку с плоскостью http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_024.gif и найти ее координаты.
11. Доказать, что однополостный гиперболоид http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_025.gif имеет одну общую точку с плоскостью http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_026.gif, и найти ее координаты.
12. Доказать, что эллипсоид http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_027.gif имеет одну общую точку с плоскостью http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_028.gif, и найти ее координаты.
13. Определить, при каком значении m плоскость http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_029.gif касается эллипсоида http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_030.gif.
14. Составить уравнение плоскости, перпендикулярной к вектору n={2; -1; -2} и касающейся эллиптического параболоида http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_031.gif.
15. Провести касательные плоскости к эллипсоиду http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_032.gif параллельно плоскости http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_033.gif; вычислить расстояние между найденными плоскостями.
16. Коэффициент равномерного сжатия пространства к плоскости Oyz равен 3/5. Составить уравнение поверхности, в которую при таком сжатии преобразуется сфера http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_034.gif.
17. Составить уравнение поверхности, в которую преобразуется эллипсоид http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_035.gif при трех последовательных равномерных сжатиях пространства с координатными плоскостями, если коэффициент сжатия к плоскости Oxy равен 3/4, к плоскости Oxz равен 4/5 и к плоскости Oyz равен 3/4.
18. Определить коэффициенты q1 и q2 двух последовательных равномерных сжатий пространства к координатным плоскостям Oxy, Oxz, которые преобразуют сферу http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_036.gif в эллипсоид http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_037.gif.
19. Составить уравнение поверхности, образованной вращением эллипса http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_038.gif, x=0 вокруг оси Oy.
20. Составить уравнение поверхности, образованной вращением эллипса http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_039.gif, z=0 вокруг оси Ох.
21. Составить уравнение поверхности, образованной вращением гиперболы http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_040.gif, y=0 вокруг оси Oz.
22. Доказать, что трехосный эллипсоид, определяемый уравнением http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_041.gif, может быть получен в результате вращения эллипса http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_042.gif, z=0 вокруг оси Ох и последующего равномерного сжатия пространства к плоскости Оху.
23. Доказать, что однополостный гиперболоид, определяемый уравнением http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_043.gif, может быть получен в результате вращения гиперболы http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_044.gif, y=0 вокруг оси Оz и последующего равномерного сжатия пространства к плоскости Оху.
24. Доказать, что двуполостный гиперболоид, определяемый уравнением http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_045.gif, может быть получен в результате вращения гиперболы http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_046.gif, у=0 вокруг оси Oz и последующего равномерного сжатия пространства к плоскости Oxz.
25. Доказать, что эллиптический параболоид, определяемый уравнением http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_047.gif, может быть получен в результате вращения параболы http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_048.gif, y=0 вокруг оси Oz и последующего равномерного сжатия пространства к плоскости Oxz.
26. Доказать, что уравнение http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_051.gif определяет гиперболический параболоид.
27. Найти точки пересечения поверхности и прямой:http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_052.gif и http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_053.gif;http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_054.gif и http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_055.gif;
28. Доказать, что плоскость http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_060.gif пересекает гиперболический параболоид http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_061.gifпо прямолинейным образующим. Составить уравнения этих прямолинейных образующих.
29. Доказать, что плоскость http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_062.gif пересекает однополостный гиперболоид http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_063.gif по прямолинейным образующим. Составить уравнения этих прямолинейных образующих.
30. Убедившись, что точка М(1; 3; -1) лежит на гиперболическом параболоиде http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_064.gif, составить уравнения его прямолинейных образующих, проходящих через М.
31. Составить уравнения прямолинейных образующих однополостного гиерболоида http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_065.gif, параллельных плоскости http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_066.gif.
32. Составить уравнение конуса, вершина которого находится в начале координат, а направляющая дана уравнениями:http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_068.gif, z=0;http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_069.gif, y=b;
33. Убедившись, что точка А(-2; 0; 1) лежит на гиперболическом параболоиде http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_067.gif, определить острый угол, образованный его прямолинейными образующими, проходящими через А.
34. Доказать, что уравнение http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_071.gif определяет конус с вершиной в начале координат.
35. Составить уравнение конуса с вершиной в начале координат, направляющая которого дана уравнениями http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_072.gif, http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_073.gif.
36. Составить уравнение конуса с вершиной в точке (0; 0; с), направляющая которого дана уравнениями http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_074.gif, z=0.
37. Ось Oz является осью круглого конуса с вершиной в начале координат, точка М1(3; -4; 7) лежит на его поверхности. Составить уравнение этого конуса.
38. Прямая http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_077.gif является осью круглого конуса, вершина которого лежит на плоскости Oyz. Составить уравнение этого конуса, зная, что точка М1(1; 1; -5/2) лежит на его поверхности.
39. Составить уравнение круглого конуса, для которого оси координат являются образующими.
40. Составить уравнение конуса с вершиной в точке S(5; 0; 0), образующие которого касаются сферы http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_078.gif.
41. Составить уравнение конуса с вершиной в начале координат, образующие которого касаются эллипсоида http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_079.gif.
42. Составить уравнение цилиндра, образующие которого параллельны вектору l={2; -3; 4}, а направляющая дана уравнениями http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_081.gif, z=1.
43. Составить уравнение цилиндра, направляющая которого дана уравнениями http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_082.gif, http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_083.gif, а образующие перпендикулярны к плоскости направляющей.
44. Составить уравнение круглого цилиндра, проходящего через точку S(2; -1; 1), если его осью служит прямая http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_090.gif, http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_091.gif, http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_092.gif.
45. Составить уравнение цилиндра, описанного около двух сфер: http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_093.gif, http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_094.gif
46. Цилиндр, образующие которого параллельны прямой http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_086.gif, http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_087.gif, http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_088.gif, описан около сферы http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_089.gif.Составить уравнение этого цилиндра.
47. Цилиндр, образующие которого перпендикулярны к плоскости http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_084.gif, описан около сферы http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_085.gif. Составить уравнение этого цилиндра.
48. Составить уравнение конуса с вершиной в точке S(3; 0; -1), образующие которого касаются эллипсоида http://a-geometry.narod.ru/problems/img_46/Img_46_080.gif.